

IOANA MONALISA MANEA  
CRISTINA NEAGOE

---

**Culegere de probleme  
de matematică  
pentru clasa a 8-a**

---

respectă programa școlară de matematică  
aprobată prin OMEN 3393/2017

---

EDITURA PUIȘOR  
București

<b>1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială</b>	<b>6</b>
<b>2. Intervale de numere reale. Inecuații în <math>\mathbb{R}</math></b>	<b>9</b>
2.1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei . . . . .	9
2.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor . . . . .	10
2.3. Intersecția și reuniunea intervalelor . . . . .	11
2.4. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ( $\leq, <, >$ ), unde $a, b \in \mathbb{R}$ . . . . .	12
Teste de evaluare . . . . .	14
<b>3. Calcul algebric în <math>\mathbb{R}</math></b>	<b>16</b>
3.1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere; reducerea termenilor asemenea . . . . .	16
3.2. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a numerelor reale reprezentate prin litere . . . . .	17
3.3. Formule de calcul prescurtat . . . . .	19
3.4. Aplicații . . . . .	24
3.5. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ . . . . .	28
Teste de evaluare . . . . .	32
3.6. Frații algebrice: amplificarea și simplificarea . . . . .	34
3.7. Operații cu fracții algebrice . . . . .	36
Teste de evaluare . . . . .	39
3.8. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$ , unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ . . . . .	40
Teste de evaluare . . . . .	42
3.9. Probleme propuse la examenele naționale . . . . .	43
<b>4. Funcții</b>	<b>46</b>
4.1. Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice . . . . .	46
4.2. Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $D$ este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice . . . . .	48
4.3. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine ale unui set de date) . . . . .	53
Teste de evaluare . . . . .	55
4.4. Probleme propuse la examenele naționale . . . . .	56
<b>5. Elemente ale geometriei în spațiu</b>	<b>58</b>
5.1. Puncte, drepte, plane; convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte, plane . . . . .	58
5.2. Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat, conul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări . . . . .	59
5.3. Corpuri geometrice: prisma dreaptă, paralelipipedul dreptunghic, cubul, cilindrul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări . . . . .	60
5.4. Poziții relative a două drepte în spațiu, drepte paralele . . . . .	62
5.5. Unghiul a două drepte în spațiu . . . . .	63
5.6. Poziții relative ale unei drepte față de un plan, dreaptă paralelă cu un plan . . . . .	64

5.7.	Poziții relative a două plane, plane paralele . . . . .	65
5.8.	Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate, trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept . . . . .	66
5.9.	Drepte perpendiculare, dreapta perpendiculară pe un plan; aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept . . . . .	67
5.10.	Distanța dintre două plane paralele, înălțimea prismei drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă, a trunchiului de con circular drept . . . . .	69
	Teste de evaluare . . . . .	70
5.11.	Plane perpendiculare, aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate . . . . .	71
5.12.	Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan . . . . .	72
5.13.	Unghiul dintre o dreaptă și un plan, lungimea proiecției unui segment . . . . .	73
5.14.	Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanțelor de la un punct la o dreaptă, de la un punct la un plan, între două plane paralele . . . . .	74
5.15.	Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului; unghiul dintre două plane . . . . .	76
5.16.	Plane perpendiculare . . . . .	78
	Teste de evaluare . . . . .	79
<b>6.</b>	<b>Arii și volume ale unor corpuri geometrice</b>	<b>81</b>
6.1.	Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate, determinare prin calcul . . . . .	81
6.2.	Paralelipipedul dreptunghic . . . . .	81
6.3.	Cubul . . . . .	83
6.4.	Prisma patrulateră regulată . . . . .	85
6.5.	Prisma triunghiulară regulată și prisma hexagonală regulată . . . . .	86
	Teste de evaluare . . . . .	88
6.6.	Piramida patrulateră regulată . . . . .	90
6.7.	Piramida triunghiulară regulată, tetraedrul și piramida hexagonală regulată . . . . .	92
6.8.	Trunchiul de piramidă patrulateră regulată . . . . .	94
6.9.	Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată și trunchiul de piramidă hexagonală regulată . . . . .	96
	Teste de evaluare . . . . .	99
6.10.	Cilindrul circular drept . . . . .	100
6.11.	Conul circular drept . . . . .	102
6.12.	Trunchiul de con circular drept . . . . .	103
6.13.	Sfera . . . . .	105
	Teste de evaluare . . . . .	107
6.14.	Probleme propuse la examenul național . . . . .	108
<b>7.</b>	<b>Modele de lucrări semestriale</b>	<b>110</b>
<b>8.</b>	<b>Modele de teste pentru Evaluarea Națională</b>	<b>114</b>
<b>9.</b>	<b>Soluții</b>	<b>125</b>

# 1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială

**LBRIS**

We know  
books

## Testul 1

1. Rezultatul calculului  $-0,2 \cdot 5 + (-1)^2$  este: a) 2; b) 0; c) 1; d) 3.
  2. Numărul elementelor din mulțimea  $\{3, 8; -1, (3); \sqrt{36}; \pi\} \cap \mathbb{Q}$  este: a) 1; b) 4; c) 3; d) 2.
  3. Cel mai mare număr întreg mai mic decât  $-3\sqrt{3}$  este ...
  4. **(MP)** Un copil a cheltuit 10% din banii lui ceea ce reprezintă 6 lei. Ce sumă a avut la început? a) 100 lei b) 60 lei c) 30 lei d) 200 lei.
  5. Soluția reală a ecuației  $1 - 2x = 3$  este: a) 1; b) -1; c) 2; d) -2.
  6. Trapezul cu bazele de lungimi 24 cm și 10 cm are linia mijlocie egală cu:  
a) 12 cm; b) 5 cm; c) 17 cm; d) 7 cm.
  7. Un dreptunghi  $ABCD$  are  $AB = 3$  cm și  $AC = 5$  cm. Perimetrul dreptunghiului este de:  
a) 16 cm; b) 14 cm; c) 12 cm; d) 18 cm.
  8. Valoarea lui  $\sin 30^\circ$  este: a)  $\frac{1}{2}$ ; b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .
  9. În  $\triangle ABC$  se știe că  $DE \parallel AC$ ,  $BE = 6$  cm,  $EC = 8$  cm,  $D \in [AB]$ ,  $E \in [BC]$ .  
Atunci valoarea raportului  $\frac{AD}{AB}$  este: a)  $\frac{3}{4}$ ; b)  $\frac{4}{3}$ ; c)  $\frac{4}{7}$ ; d)  $\frac{3}{7}$ .
- II. 10.** Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuația  $2x - \frac{x+1}{2} \leq 1$ .
11. **(MP)** 7 kg mere și 3 kg portocale costau 39 lei. După o scumpire cu 20% la mere și 10% la portocale, 3 kg mere și 5 kg portocale costă 43,80 lei. Cât costă 1 kg de mere, respectiv 1 kg de portocale?
  12. Fie  $\triangle ABC$  cu  $AB = 8$  cm,  $\sphericalangle B = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle C = 45^\circ$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Dacă  $P, R$ , și  $Q$  sunt mijloacele laturilor  $[AB]$ ,  $[AC]$  și, respectiv,  $[BC]$  aflați: a) lungimea înălțimii  $AD$ ; b) perimetrul  $\triangle ABC$ ; c) perimetrul patrulaterului  $PDQR$ .

## Testul 2

1. Rezultatul calculului  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,25$  este ...
2. Lungimea cercului de diametru 5 cm este ...
3. Cel mai mare număr natural, mai mic decât  $2\sqrt{5}$  este ...
4. Probabilitatea ca, alegând un număr din primele 10 numere naturale, acesta să fie prim este de ...
5. Soluția naturală a ecuației  $|1 - 3x| = 5$  este ...
6. Dacă o linie mijlocie într-un triunghi echilateral are 8 cm atunci perimetrul triunghiului este de ...
7. Un paralelogram  $ABCD$  cu  $AB = 6$  cm,  $BC = 8$  cm,  $\sphericalangle B = 30^\circ$  are aria ...
8. Un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 5$  cm și aria de  $60 \text{ cm}^2$  are diagonala de ...

9. Patrulaterul în care diagonalele se înjumătățesc și sunt congruente este ...

II. 10. Rezolvați: a)  $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} = x - \frac{4-x}{6}$ ; b) 
$$\begin{cases} 2-3(x+y) = 5x-2y \\ 5-\frac{x}{2} = x-\frac{x-y}{2} \end{cases}$$

11. **(MP)** După ce a mâncat 35% din bomboanele pe care le avea, unui copil i-au rămas cu 6 mai multe decât a mâncat deja. Câte bomboane a avut la început?

12. Fie  $ABCD$  un trapez isoscel  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 6\sqrt{2}$  cm,  $DC = 8\sqrt{2}$  cm și  $AC \perp DB$ .

a)  $AC = ?$                       b)  $A_{ABCD} = ?$                       c)  $P_{ABCD} = ?$                       d)  $d(A; BC) = ?$

### Testul 3

I. 1. Rezultatul calculului  $\frac{3}{8} : (-4)^{-1} + \left(-\frac{2}{3} + 1\right)$  este egal cu: a)  $-\frac{1}{6}$ ; b)  $\frac{11}{6}$ ; c)  $-\frac{7}{6}$ ; d)  $-\frac{19}{6}$ .

2. Fie mulțimea  $A = \left\{-\sqrt{8}; \sqrt{36}; \sqrt{\frac{2}{9}}; -\sqrt{6\frac{1}{4}}; (-3)^2\right\}$ . Mulțimea  $A \cap \mathbb{Z}$  are ... elemente.

3. Aria cercului de rază  $\sqrt{2}$  cm este ...

4. Efectuând produsul cartezian  $\{2; 3\} \times \{0; 2\}$  se obține ...

5. **(MP)** O persoană avea inițial suma de 340 lei. A cheltuit o parte din ea rămânând cu 153 lei. Procentul reprezentând suma cheltuită este: a) 44%; b) 45% c) 52% d) 55%.

6. Perimetrul unui pătrat este egal cu 48 cm. Aria pătratului este de ... cm<sup>2</sup>.

7. Dacă un dreptunghi are diagonala de 25 cm și lungimea de 20 cm, perimetrul acestuia este de ... cm.

8. Dacă  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  și  $AB = 6$  cm,  $AC = 8$  cm,  $BC = 12$  cm iar perimetrul  $\triangle DEF$  este 78 cm atunci lungimea laturii  $EF$  este egală cu: a) 18 cm; b) 52 cm; c) 24 cm; d) 36 cm.

9. Calculând  $\text{tg } 45^\circ - \sin 30^\circ$  se obține ...

II. 10. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația  $\frac{x-3}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2(x+6)}{3}$ .

11. Fie numerele  $a = \left(\sqrt{27} - \sqrt{5^{-1}} - \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{5}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + 1\right)^{-1}$  și  $b = \sqrt{4^2 + 8^2}$ .

a) Să se determine  $x \in \mathbb{Z}$  știind că  $x < a < x+1$ .

b) Să se calculeze media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ .

12. Fie  $\triangle ABC$  cu  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$  și ( $BM$  bisectoarea  $\sphericalangle ABC$ ,  $M \in [AC]$  iar  $ME \perp BC$ ,  $E \in [BC]$ ). Știind că  $\sphericalangle BMA = 60^\circ$  și  $BM = 12$  cm, să se determine: a) înălțimea  $AD$  a  $\triangle ABC$ ,  $D \in [BC]$ ;

b) raportul ariilor  $\triangle CEM$  și  $\triangle CAB$ ; c) perimetrul  $\triangle ABC$ , rotunjit la cel mai apropiat număr întreg.

## Testul 4

I. 1. Rezultatul calculului  $\left(-1\frac{1}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{3} - \frac{5}{36}\right)$  este: a) 4; b) -4; c) -1; d) 1.

2. Fie mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \leq 4\}$ . Atunci  $A \cap \mathbb{N}$  are ... elemente.

3. Valoarea de adevăr a propoziției „ $-2\sqrt{3} < -3,5$ ” este: a) A; b) F.

4. În  $\triangle ABC$  cu  $\sphericalangle A = 90^\circ$ ,  $AB = 4$  cm și  $BC = 5$  cm,  $\sin(\sphericalangle C)$  este: a)  $3/4$ ; b)  $5/4$ ; c)  $4/5$ ; d)  $3/5$ .

5. Dacă 420 reprezintă 35% dintr-un număr atunci acesta este egal cu:

a) 1200;      b) 174;      c) 147;      d) 84.

6. Ecuația  $a + 3(x - 2) = x$  admite ca soluție numărul întreg  $-2$ . Valoarea lui  $a$  este ...


7. Dacă aria unui romb este egală cu  $24 \text{ cm}^2$  și o diagonală are lungimea de 8 cm, cealaltă diagonală este egală cu: a) 3 cm; b) 4 cm; c) 6 cm; d) 8 cm.

8. Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 48 cm. Aria lui este ...  $\text{cm}^2$ .

9. Pe laturile  $[AB]$  și  $[AC]$  ale  $\triangle ABC$  se iau punctele  $M$ , respectiv  $N$  astfel încât  $MN \parallel BC$ ,  $AB = 20$  cm,  $AM = 4$  cm.  $NC = 24$  cm. Lungimea laturii  $AC$  este egală cu:

a) 6 cm;      b) 8 cm;      c) 16 cm;      d) 30 cm.

II. 10. Să se arate că  $x \in \mathbb{Z}$  dacă  $x = \left(2\sqrt{45} - \sqrt{20}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{1\frac{3}{5}}\right) : \sqrt{200^{-1}}$ .

11.  Un automobilist avea de parcurs 180 km. Dacă mărește viteza cu 20% va ajunge cu o jumătate de oră mai devreme. Cu ce viteză își propusese să meargă?

12. Fie  $\triangle ABC$  dreptunghic cu  $\sphericalangle A = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle B = 60^\circ$  și  $AC = 6$  cm. Să se determine: a) aria triunghiului; b) lungimea cercului circumscris triunghiului; c) perimetrul  $\triangle AOC$  rotunjit la cel mai apropiat număr întreg,  $O$  fiind centrul cercului circumscris  $\triangle ABC$ .

## 2. Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$

### 2.1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei

1. Determinați elementele mulțimilor  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 45 : (4x+1)\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 10 : (2x+1)\}$ . Aflați  $\text{card}(A \cup B)$ .

2. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{a \in \mathbb{Z} \mid 16 : a \text{ și } (a+1) \mid 15\} \text{ și } B = \{a \in \mathbb{Z} \mid a : 5 \text{ și } (a+2) \mid 21\}.$$

3. Aflați elementele mulțimilor  $A = \{a \in \mathbb{Q} \mid (2a+1)\sqrt{2} \in \mathbb{Q}\}$  și  $B = \{a \in \mathbb{Q} \mid (3a\sqrt{3} + \sqrt{27}) \in \mathbb{Q}\}$ .

4. Fie mulțimea  $A = \left\{-4^0; 0; \sqrt{0,25}; (-8)^0; \frac{298}{149}\right\}$ .

Aflați elementele mulțimilor  $B = \left\{x \in A \mid \frac{1}{x} \in A\right\}$ ,  $C = \{x \in A \mid -x \in A\}$  și  $D = \{x \in A \mid |x| \in A\}$ .

5. Să se afle elementele mulțimilor:  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, |x| < 7\}$ ;  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq |x| < 6\}$ ;  
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, |x| > 2\}$ ;  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cap C$ ;  $B - C$ ;  $A - C$ .

6. Să se afle elementele mulțimilor:  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, |x| \leq 3\}$ ;  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2 < |x| \leq 5\}$ ;  
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \geq 0\}$ ;  $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}, -3 \leq |x| \leq 6\}$ ;  $A \cap B$ ;  $D - (A \cup B)$ ;  $B \cap C$ .

7. Aflați elementele mulțimilor:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{3} < x \leq \sqrt{8}\} & \text{b) } B &= \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 - \sqrt{2} \leq x < 2\sqrt{3}\} & \text{c) } C &= \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\sqrt{5} < x+1\} \\ \text{d) } D &= \{x \in \mathbb{N} \mid 3\sqrt{3} \leq x^2 \leq 8\sqrt{2}\} & \text{e) } E &= \{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{2} < x^2 \leq 4\sqrt{5}\} \end{aligned}$$

8. Determinați elementele mulțimilor și cardinalul lor:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \{x \in \mathbb{Z} \mid 2\sqrt{2} \leq |x| < 3\sqrt{3}\} & \text{b) } B &= \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < \sqrt{x} \leq 5\} \\ \text{c) } C &= \{x \in \mathbb{N} \mid 3,5 < \sqrt{x+1} < 6,2; \sqrt{x+1} \in \mathbb{N}\} & \text{d) } D &= \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < \sqrt{x^2} < 3\sqrt{2}\} \end{aligned}$$

9. Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$\begin{aligned} \text{a) } -2 &\in \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4\} & \text{b) } \sqrt{2} &\in \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 2\} & \text{c) } \sqrt{3} &\in \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \\ \text{d) } -7 &\in \{x \in \mathbb{Z} \mid 7 : x\} & \text{e) } 91 &\in \{x \in \mathbb{Z} \mid x : 7\} & \text{f) } 1 &\in \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0, |x| = 1\} \\ \text{g) } 0 &\in \{x \in \mathbb{R} \mid x(x-1)(x-2) = 0\} \end{aligned}$$

10. Determinați elementele mulțimilor:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x} \in \mathbb{N}, x \leq 50\} & \text{b) } B &= \{\overline{ab} \mid \overline{aa} : \overline{bb} = 2\} \\ \text{c) } C &= \{\overline{ab} \mid \overline{ab} : (a+b) = 3 \text{ rest } 3\} & \text{d) } D &= \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = \overline{ba} + 2a\} \end{aligned}$$

11. Fie mulțimea  $A = \{\overline{abc} \mid a \cdot b \cdot c = 18\}$ . a) Aflați cardinalul mulțimii A. b) Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea A, acesta să se dividă cu 3.

12. Determinați elementele mulțimilor:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x+1} \in \mathbb{N}\right\} & \quad \text{b) } \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{24}{3x-1} \in \mathbb{N}\right\}, & \quad \text{c) } \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\} \\ \text{d) } \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{18}{2x-3} \in \mathbb{Z}\right\} & \quad \text{e) } \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x+5} \in \mathbb{N}\right\} & \quad \text{f) } \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{8}{x-4} \in \mathbb{Z}\right\} \end{aligned}$$

13. Determinați elementele mulțimilor:

a)  $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x+1}{x+5} \in \mathbb{N}\right\}$       b)  $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+7}{x-1} \in \mathbb{N}\right\}$       c)  $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x+3}{3x-6} \in \mathbb{N}\right\}$   
 d)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{4x-7} \in \mathbb{Z}\right\}$       e)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x+5}{5x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$       f)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6x+1}{5x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$

14. Aflați elementele mulțimilor:

a)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq \frac{3x+1}{2} < 7\right\}$       b)  $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{13}{2x+1} \geq 2\right\}$       c)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x+1}{9} < \frac{2x+1}{6} \leq \frac{x+1}{4}\right\}$

15. Aflați valoarea de adevăr a propoziției „ $2, (45) \in \{x \in \mathbb{Z} \mid 4x < 10\}$ ”.

16. Precizați cardinalul mulțimilor: a)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^{15} < x < 2^{17}\}$ ; b)  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^7 \leq x \leq 3^{10}\}$ .

## 2.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor

— Noțiuni de bază

Mulțimea  $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$  se numește interval închis și se notează  $[a; b]$ .

Se definesc:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} = (a; b)$       •  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\} = (-\infty; a)$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} = (a; \infty)$       •  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\} = (-\infty; a]$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\} = [a; \infty)$       •  $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} = [a; b]$
- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \leq a\} = [-a; a]$       •  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < a\} = (-a; a)$

Operațiile cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența) se pot efectua și cu intervale.

- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; \infty)$       •  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; \infty)$

※

1. Să se afle valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $-2,5 \in [-3; 0)$       b)  $\frac{4}{5} \in [1; 2]$       c)  $\sqrt{2} \notin (1; 3)$   
 d)  $[-3; 2) \subset [-4; 3]$       e)  $\{-2; 0; 1\} \subset [-2; 2]$       f)  $\{-\sqrt{3}; \sqrt{2}; \sqrt{5}\} \subset \left[-2; 2\frac{1}{5}\right]$

2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele intervale:

a)  $[-3; 0)$       b)  $(-1; 3)$       c)  $(-7; -2)$       d)  $(-2; +\infty)$       e)  $[3; 7)$   
 f)  $(-\infty; 4]$       g)  $(-10; 2]$       h)  $[3; +\infty)$       i)  $(-\infty; -1)$

3. Reprezentați pe axa numerelor următoarele mulțimi și precizați ce este figura geometrică apărută (segment, semidreaptă, punct):

a)  $[2; 8)$       b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x-7=0\}$       c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq x\}$       d)  $(5; +\infty)$       e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x+1 < 7\}$

4. Să se scrie sub formă de interval:

a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 5 < x < 7\}$       b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$       c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x \leq 8\}$   
 d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 100\}$       e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0,5 \leq x\}$       f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{3}\}$

5. Să se determine următoarele mulțimi:

a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$       b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -8\}$       c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 10 \geq x\}$       d)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x\}$   
 e)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x\}$       f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x\}$       g)  $\{x \in \mathbb{N} \mid -3 \geq x\}$       h)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq -1\}$   
 i)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} > x\right\}$       j)  $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{2}\right\}$

\*\*

6. Determinați mulțimile:

a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 4 \leq -2\}$

b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2x < 3\}$

c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 - 4x \geq x - 1\}$

d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 1 - \frac{x+1}{2} \leq x\right\}$

e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 - 2(x-3) < x\}$

7. Scrieți sub formă de interval: a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -8 \leq x \leq 0\}$ ; b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 0\}$ ; c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 0\}$ .

8. Să se determine următoarele mulțimi:

a)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\sqrt{3}\}$

b)  $\{x \in \mathbb{N} \mid -2,5 \leq x < 10\}$

c)  $\{x \in \mathbb{N} \mid |x| > -2\}$

d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 2\}$

e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\sqrt{2}\}$

f)  $\{x \in \mathbb{N} \mid |x| < 1 + \sqrt{2}\}$

g)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1 - \sqrt{3}\}$

9. Determinați mulțimile:

a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x + 1 < 8\}$

b)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq \frac{x+1}{2} \leq 3\right\}$

c)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \frac{2x+3}{3} \leq 1\right\}$

d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |2x+1| \leq 5\}$

e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \left|\frac{x-2}{3}\right| \leq 4\right\}$

f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| \geq 2\}$

10. Să se arate că  $\frac{3a+2b}{5} \in (a; b)$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ .11. Să se arate că dacă  $a, b \in (0; 1)$  atunci: a)  $ab - a - b + 1 > 0$ ; b)  $b < (3-a)/2$ .12. Să se arate că dacă  $[a; b] \subset (2; 5)$  atunci: a)  $|a-b| < 3$ ; b)  $ab - 5a - 2b + 10 < 0$ .

### 2.3. Intersecția și reuniunea intervalelor

1. Să se calculeze:

a)  $(-2; 5] \cup \{-2; -1; 2; 3; 5\} =$

b)  $(1; 3) \cup (3; 5) \cup \{1; 3; 5\} =$

c)  $\left(-\frac{3}{2}; 0\right] \cup (-1; 4] =$

d)  $\left(-\sqrt{3}; \frac{2}{5}\right] \cup \left(-\sqrt{5}; 0, (3)\right) =$

e)  $\left\{-1; 0; \frac{4}{5}\right\} \cup (-2; 0, 8) =$

2. Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât:

a)  $[a; 3] \cup (2; 5] = [-3; 5]$

b)  $[a; a+1] \cup \left\{1; \frac{7}{4}\right\} = [1; 2]$

c)  $[a; 5] \cup [a; \sqrt{2}] = [-1; 5]$

3. Aflați numerele reale  $x$  și  $y$  dacă: a)  $(x; y] \cup (2; 3) = (1; 3)$ ; b)  $[x; y] \cup (-4; 0) = [-4; 0]$ .4. Aflați numerele întregi  $x$  și  $y$  dacă: a)  $(x; y] \cup [5; 6) = [5; 7]$ ; b)  $(x; y) \cup \{1; 2; 3\} = [1; 3]$ .

5. Să se calculeze:

a)  $[2; 4] \cap [4; 7] =$

b)  $(-1; 4, 5] \cap (-1; 4; 5) =$

c)  $\left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cap [0; 5] =$

d)  $(-3; -\sqrt{2}) \cap [-\sqrt{5}; 4) =$

e)  $(-8; 5) \cap [5; 6] =$

6. Aflați numerele reale  $x$  și  $y$  dacă: a)  $(x; y) \cap [3; 5) = (3; 4)$ ; b)  $(x; y) \cap (3; 8) = (4; 6)$ .7. Să se determine  $x$  și  $y$  numere întregi știind că:

a)  $(x; y) \cap \mathbb{Z} = \{-4\}$

b)  $(x; y) \cap \mathbb{Z} = \{1; 2\}$

c)  $(0; y] \cap [x; 3) = [x; y]$

8. Aflați elementele mulțimilor  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 2x + 1 \leq 7\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}$  și  $A \cap B$ .

9. Să se calculeze:

a)  $[-3; 5] - (2; 8) =$

b)  $[-4; 6] - (-2; 4) =$

c)  $(-3; 0) - [-6; 2] =$

d)  $[4; 5] - (4; 6) =$

e)  $[-\sqrt{2}; 3] - [4; 6] =$

f)  $[\sqrt{2}; 5] - \left\{\sqrt{2}; 8, (6)\right\} =$

g)  $\left\{-3; 5; -\sqrt{3}; 0; \sqrt{2}\right\} - [-2; 2) =$

10. Să se calculeze:

a)  $\{x|x \in \mathbb{R}, |x| \leq 3\} - (0, (1); 4] =$

b)  $\{x|x \in \mathbb{R}, |x| \geq 3\} \cap [-4; 5) =$

d)  $\{-2; 0; 2; 3\} \cap \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \leq \frac{3}{2}\right\} =$

c)  $\{x|x \in \mathbb{R}, |x| < 4\} - \{x|x \in \mathbb{R}, |x| \leq 5\} =$

e)  $\left\{y \mid y \in \mathbb{R}, -\frac{1}{2} < y \leq 5\right\} \cap \left(4; 6\frac{3}{4}\right] - \left\{4; 5; 6\frac{3}{4}; 7\right\} =$

11. Să se determine  $a, b, c \in \mathbb{R}, c > 0$  astfel încât:

a)  $[a; a+1] - (2; 3) = (a; a+1)$ ; b)  $[b-2; b] \cup (b; b+3) = [4; 9]$ ; c)  $[c; 2+3c] - [1-4c; 3c+2) = \{5\}$ .

12. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  știind că:

a)  $(3; 7) \setminus (x; y) = (3; 4] \cup [6; 7)$

b)  $(3; 5) \setminus (x; y) = (3; 4]$  și  $(x; y) \setminus (3; 5) = [5; 8)$

13. Aflați toate perechile de numere întregi  $x$  și  $y$  care îndeplinesc condiția  $(x; y) - (3; 5) = \emptyset$ .

14. Să se determine mulțimile și să se calculeze:

a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 5\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq |x| < 1\}$ ;  $A \cup B$ ;  $B - A$ ;  $B \cap \mathbb{N}$

b)  $A = \{x \in \mathbb{R}, |x| < -2\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, |x| \leq 0\}$ ;  $A \cap B$ ;  $B \cup A$ ;  $B - A$

c)  $A = \{x \in \mathbb{N}, \frac{6}{x} \in \mathbb{N}\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x < 4\}$ ;  $A - B$ ;  $B \cap \mathbb{N}$

d)  $A = \{x \in \mathbb{Z}, \frac{-7}{x+1} \in \mathbb{Z}\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 4\}$ ;  $A \cap B$

e)  $A = \{x \in \mathbb{N}, x \mid 24, x \text{ par}\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, |x| \leq 7\}$ ;  $A - B$ ;  $A \cap B$

f)  $A = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 4\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$ ;  $A \cup B$ ;  $A \cap B$

g)  $A = \{x \in \mathbb{R}, x > -3\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, x+1 \leq 2\}$ ;  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A - B$

h)  $A = \{x \in \mathbb{R}, -4 \leq x+1 < 7\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, x-2 > 0\}$ ;  $A \cup B$ ;  $A \cap B$

i)  $A = \{x \in \mathbb{R}, |x| < 7\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, x > 2\}$ ;  $A \cup B$ ;  $A \cap B$

j)  $A = \{x \in \mathbb{R}, |x| \leq 3\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{Z}, |x| > 1\}$ ;  $A \cap B$ ;  $B - A$

k)  $A = \{x \in \mathbb{R}, |x+1| \leq 4\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, -8 \leq x-3 \leq 2\}$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cup B$

l)  $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x+1| > 3\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq 2x+1 \leq 7\}$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cup B$

m)  $A = \{x \in \mathbb{R}, -4 < \frac{x+1}{3} < 1\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}, |2x+1| \leq 5\}$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cup B$

n)  $A = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq \frac{2x+3}{5} < 1\}$ ;  $B = \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, \left|\frac{x-2}{3}\right| < 3\right\}$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cup B$

15. Aflați valorile reale ale lui  $x$  dacă:

a)  $(-10; 3-x) \cap (3x+1; 4) = \emptyset$

b)  $\text{card}((-\infty; x+1] \cap [2-x; +\infty)) = 1$

c)  $(-\infty; 7-3x) \cap (2x+2; 7) = (2x+2; 7-3x)$

16. Să se arate că dacă  $(a; b) \cup (2; 4] = (a; b)$  atunci  $\frac{2+a-b}{4-b} \geq 1$ .

17. Pentru  $a \in \mathbb{R}^*$ , efectuați:  $(a; -a) \cap [-a^2; a^2]$ .

*Etapa locală Argeș, 1995*

## 2.4. Inecuații de forma $ax+b \geq 0$ ( $\leq, <, >$ ), unde $a, b \in \mathbb{R}$

1. Care din elementele mulțimii  $\left\{\frac{1}{2}; 3; -2; 0; -\frac{3}{2}\right\}$  este soluție pentru inecuațiile:

a)  $5x-6 \leq 0$

b)  $4(x+1) \leq \frac{x+1}{2}$

c)  $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} > 0$

d)  $2-3(x-1) \leq 4x$

e)  $\frac{8-x}{-2} < x$

f)  $1 - \frac{x+8}{2} > x$

2. Rezolvați următoarele inecuații în  $\mathbb{N}$ :

- a)  $4-3x \geq 2$       b)  $5+3(x+1) \leq 1$       c)  $5x-3 \leq x+1$   
 d)  $4-2(2+x) \geq x$       e)  $5x+6 < 2-3(x+3)$       f)  $4-\frac{x}{2} \leq x$   
 g)  $5+\frac{x+1}{3} > 4x$       h)  $2-\frac{x+3}{2} \geq \frac{x}{3}$       i)  $4x-\frac{3-x}{3} > 2$   
 j)  $\frac{x+1}{3}-\frac{x}{2} < x$       k)  $\frac{4-x}{2} > x-\frac{2x-3}{3}$       l)  $4-\frac{5x+2}{2} > x-\frac{x-1}{3}$

3. Să se rezolve inecuațiile:

- a)  $3-4x \leq 15, x \in \mathbb{R}$       b)  $4(x+1)+3(x+2) > x+1, x \in \mathbb{Z}_*$   
 c)  $4-2(x-3) > 4x, x \in \mathbb{N}$       d)  $2x(4+x)-x(3+2x) > x+5, x \in \mathbb{R}$   
 e)  $3-4(x+1)-2(3-x) \geq 5+8x, x \in \mathbb{R}$       f)  $3-5(2-x) \leq x+1, x \in \mathbb{N}$

4. Rezolvați următoarele inecuații în  $\mathbb{Z}$ :

- a)  $x-\frac{3x-6}{2} \leq 2$       b)  $\frac{1}{2}(x+1)-\frac{1}{5}(2-x) > 1$       c)  $4(x-2)-3(4-x) < x$   
 d)  $x\sqrt{3}-\sqrt{3}(\sqrt{27}+2x) \geq 8$       e)  $\frac{x}{\sqrt{3}}-\sqrt{12} > x\sqrt{3}$       f)  $5(x+\sqrt{18})-\sqrt{2}(x\sqrt{8}+1) \leq x$

5. Rezolvați în  $\mathbb{Z}$ :

- a)  $x-3(4-2x) \leq 24$       b)  $\frac{1}{3}(4-3x)-\frac{x+6}{5} \leq \frac{x}{15}$       c)  $\frac{x+3}{-2} \leq x$   
 d)  $\frac{4-x}{-3} \leq 2-x$       e)  $2-\frac{5-2x}{-2} > x$

6. Să se rezolve:

- a)  $|x| < 5, x \in \mathbb{Z}$       b)  $|x+7| \leq 3, x \in \mathbb{R}$       c)  $|2x+3| \leq 7, x \in \mathbb{N}$       d)  $\sqrt{(x-3)^2} < 8, x \in \mathbb{R}$

7. Să se rezolve în  $\mathbb{R}$ :

- a)  $|x| < 3$       b)  $|2x| < -4$       c)  $|-3x| \leq 9$       d)  $|2x+1| \leq 4$   
 e)  $|4-5x| \leq 21$       f)  $|2|x|+1| < 5$       g)  $|5-3|x|| \leq 7$

8. Fie  $A = \{x \in \mathbb{R} | -3 \leq 2-3(x+1) \leq 8\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{R} | |x+1| \leq 7\}$ . Aflați  $A \cap B$ .

9. Să se rezolve:

- a)  $5-\frac{2x-1}{3} \leq 6-x, x \in (-\infty; -5)$       b)  $\frac{8+x}{3}-\frac{1}{2}x \geq 6, x \in \mathbb{Z}$   
 c)  $5-\frac{4-3x}{2} \geq x, x \in (2; +\infty)$       d)  $\frac{4+x}{-3} \leq x+1, x \in \mathbb{Z}$   
 e)  $x\sqrt{75}-\sqrt{108} \leq \frac{3x}{\sqrt{27}}, x \in \mathbb{N}$       f)  $2-3[x-2(x+1)] \leq x, x \in (-5; 12]$

10. Să se efectueze  $B \cap C, A \cup C$  și  $A \cap C \cap B$  unde:  $A = \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, 4-2x \leq \frac{x+1}{2} < 4x\right\}$ ,

$$B = \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x|+2 \leq \frac{3|x|+3}{2} \leq 16\right\}, C = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, 5x-6 \leq x \leq \frac{x+3}{2}\right\}.$$

11. Să se rezolve următoarele inecuații:

- a)  $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3} < x+\frac{1}{6}, x \in \mathbb{R}$       b)  $\frac{3}{2}(x+1)+\frac{1}{4}(3x+1) > -2, x \in \mathbb{R}$   
 c)  $\frac{3x+5}{2}-\frac{4x+1}{5} \geq 0, 6x+3, x \in \mathbb{R}$       d)  $\frac{x+2}{-2}+\frac{x}{9} \leq -0, (2), x \in \mathbb{R}$

e)  $\frac{x+3}{-2} \geq -3, x \in \mathbb{N}$

g)  $x \leq \frac{3(1-x)}{-4}, x \in \mathbb{N}$

i)  $4 - \frac{2-3x}{5} \leq x, x \in \mathbb{R}$

k)  $3 - \frac{1-2x}{2} - 2(x+1) \geq \frac{x}{3}, x \in \mathbb{N}$

m)  $\frac{\frac{x}{2}+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 1, x \in \mathbb{Z}^*$

o)  $\frac{4x+1}{6} - \frac{2-\frac{x-1}{2}}{3} \leq x+1, x \in \mathbb{Z}_+$

f)  $\frac{2x+5}{-3} < \frac{x}{2} - \frac{5x+2}{6}, x \in \mathbb{N}$

h)  $\frac{0,5-5x}{-3} \leq 1+x, x \in \mathbb{N}$

j)  $2x - \frac{x+1}{-2} > x+1, x \in \mathbb{R}$

l)  $\frac{x-5}{4} - \frac{1-3x}{3} \leq \frac{x}{2} - \frac{4-x}{6}, x \in \mathbb{R}$

n)  $\frac{4-\frac{x}{3}}{5} + \frac{1+\frac{1+x}{5}}{3} \leq x, x \in \mathbb{Z}$

12. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele inecuații:

a)  $\frac{5}{x+1} \geq 0$

b)  $\frac{-2}{2x+1} > 0$

c)  $\frac{3}{4-x} \geq 0$

d)  $\frac{-4}{3-2x} > 0$

e)  $\frac{8}{2x-6} < 0$

f)  $\frac{-7}{1-3x} \leq 0$

g)  $\frac{-4}{5+x} \leq 0$

h)  $\frac{10}{4-8x} < 0$

13. Să se afle mulțimile de numere reale pentru care sunt definite expresiile:

a)  $\sqrt{5-2x}$

b)  $\sqrt{2|x|+3}$

c)  $\sqrt{15-2|x|}$

d)  $\frac{3}{\sqrt{x+1}}$

e)  $\frac{5x}{\sqrt{4-x}}$

14. Aflați  $x$ : a)  $x \in \mathbb{R}, \frac{3x+1}{2} \in (1; 2)$ ; b)  $x \in \mathbb{R}, \frac{1-|x|}{3} \in (-4; 0)$ ; c)  $x \in \mathbb{Z}, x^2 \in [4; 16]$ .

15. Să se afle  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\frac{2x+1}{3} \in (-2; 3]$ .

16. Să se afle  $m$  parametru real, astfel încât soluțiile ecuațiilor să fie pozitive:

a)  $mx+5=x(2m+1)$

b)  $x(5m+1)=4$

c)  $m(2x+1)=2m-x$

17. Să se efectueze  $A \cap B \cap C$ ;  $B - C$  și  $C - A$  pentru următoarele mulțimi:

$A = \{x | x \in \mathbb{N}, 2x+5 \leq -3(x-5)\}$ ;  $B = \left\{x \left| x \in \mathbb{Z}, \frac{x+5}{2} - \frac{x}{3} \geq x \right.\right\}$ ;

$C = \{x | x \in \mathbb{R}, (x-5)(x-5) \leq (x+5)(x-5)\}$ .

18. Rezolvați inecuațiile în  $\mathbb{R}$ :

a)  $\frac{2x-6}{|x|} \geq 0$  b)  $\frac{4-3x}{|x+1|} < 0$  c)  $\frac{x^2}{2x+1} \leq 0$  d)  $(|x|-3) \cdot |x| \leq 0$  e)  $\frac{|2x-1|}{x^2+4} \leq 0$  f)  $\frac{|3x-6|}{x^2} \geq 0$

## Teste de evaluare

### Testul 1

1. Să se găsească mulțimea soluțiilor:

a) ⑤  $2x+3 \leq 5, x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{...\}$  1p

b) ⑤  $4-2(x+1) \leq x, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{...\}$  1p

c) ⑦  $4 - \frac{x+1}{2} > x, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p

d) ⑤  $\begin{cases} 4-5x \leq 9 \\ 3(x-1)-x < 1 \end{cases}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p

2. ⑤ Un număr real se înmulțește cu 2, la rezultat se adună 3 și se obține un număr mai mic sau egal cu 8. Ce valori poate avea numărul inițial? 1p

3. ⑦ Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\frac{-3x^2}{x+1} > 0$  1p.

4. Să se determine elementele mulțimilor: ⑨ a)  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2\sqrt{(x-\sqrt{2})^2} < |x-\sqrt{2}| + \sqrt{8} \right\}$  0,5p

⑨ b)  $B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x+1}{|2x-1|} \leq 0 \right\}$  0,5p ⑨ c)  $A \cup B = \dots$  și  $A \cap B = \dots$  1p

5. ⑩ Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $\frac{x-3}{|x+2|} < 0$ . 1p

## Testul 2

1. Să se găsească mulțimea soluțiilor:

⑤ a)  $3x+5 \leq 15, x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \dots$  1p ⑤ b)  $-8(x-3) \geq 16, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p

⑤ c)  $\begin{cases} 2x-7 > 9 \\ 3(x+2) \leq 21 \end{cases}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p ⑤ d)  $x(x+3) - x(x+5) \geq 10, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p

⑦ e)  $\frac{2x+11}{3} < \frac{x+1}{2}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p ⑦ f)  $\frac{x+3}{-2} + \frac{2x-1}{4} < \frac{1}{2} - \frac{2-x}{6}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \dots$  1p

2. ⑨ Determinați numărul întreg  $a$  știind că  $[1; a) \subset (-\infty; \sqrt{5})$ . 1p

3. ⑨ Fie mulțimile  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x+1}{3} < 1 \right\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2-3x| \leq 5\}$ .

Calculați  $A \cup B, A \cap B$  și  $B \setminus A$ . 1p

4. ⑩ Aflați  $a \in \mathbb{R}$  știind că  $\text{card}((-a+1; 2a] \cap [a+2; +\infty)) = 1$ . 1p

## Testul 3

1. ⑤ Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuațiile: a)  $2x+3 \leq 7$  1p b)  $4-3x > -8$  1p

2. ⑤ Rezolvați inecuațiile: a)  $8-x < 10, x \in \mathbb{Z}$  1p b)  $x-2 \geq 0, x \in \mathbb{N}$  1p

3. ⑦ Rezolvați: a)  $x - \frac{x+1}{2} \leq 3, x \in \mathbb{N}^*$  1p b)  $\frac{2x+3}{-2} < x, x \in \mathbb{R}$  1p

4. ⑨ Determinați  $m \in \mathbb{R}$  dacă soluția ecuației  $mx\sqrt{3} = \sqrt{2}-x$  este număr negativ. 1p

5. ⑨ Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuațiile: a)  $x\sqrt{2} < 5-3x$  0,5p b)  $x\sqrt{2} < 5+3x$  0,5p

6. ⑩ Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $x^2(1-\sqrt{(x+2)^2}) \geq 0$ . 1p